Corrigé du brevet blanc du collège les Coutures avril 2013

Exercice 1

1)
$$A = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}} - \frac{2}{5}$$
$$A = \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} - \frac{2}{5}$$
$$A = \frac{2 \times \cancel{3} \times 2}{\cancel{3} \times 5} - \frac{2}{5}$$
$$A = \frac{4}{5} - \frac{2}{5}$$
$$\boxed{A = \frac{2}{5}}$$

2)
$$B = \frac{21 \times 10^{-3} \times 16 \times 10^{7}}{12 \times 10^{2}}$$
$$B = \frac{21 \times 16}{12} \times \frac{10^{-3} \times 10^{7}}{10^{2}}$$
$$B = \frac{7 \times \cancel{3} \times \cancel{4} \times 4}{\cancel{4} \times \cancel{3}} \times 10^{-3+7-2}$$
$$B = 28 \times 10^{2}$$
$$\boxed{B = 2{,}8 \times 10^{3}}$$

3)
$$C = 3\sqrt{20} - \sqrt{80} + \sqrt{5}$$
$$C = 3\sqrt{4 \times 5} - \sqrt{16 \times 5} + \sqrt{5}$$
$$C = 3\sqrt{4} \times \sqrt{5} - \sqrt{16} \times \sqrt{5} + \sqrt{5}$$
$$C = 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + \sqrt{5}$$
$$\boxed{C = 3\sqrt{5}}$$

Exercice 2

1. Programme A
- 5
- 5 + 1 = 6
- $6^2 = 36$
- $36 - 5^2 = 11$

Programme B
* 5
* 10 + 1 = 11

On obtient 11 avec chacun des deux programmes.

2. On appelle x le nombre choisi

Programme A
- x
- x + 1
- $(x + 1)^2$
- $(x + 1)^2 - x^2$

Programme B
* x
* 2x + 1

$(x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$.

Les résultats obtenus avec les deux programmes de calculs sont les mêmes quel que soit le nombre choisi.

Exercice 3

1. Faux $2 + \frac{4}{3} = \frac{2}{1} + \frac{4}{3} = \frac{6}{3} + \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$

2. Faux $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$

3. Vrai 13 est un diviseur commun de 52 et de 39. $39 = 13 \times 3$ et $52 = 13 \times 4$. 3 et 4 n'ont pas de diviseur commun autre que 1. Donc 13 est le PGCD de 52 et 39.
(Autre méthode : calculer le PGCD de 52 et 39 avec une méthode au choix)

4. Vrai $4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 4 \times \frac{1}{4} + 1 = 1 + 1 = 2$

5. Faux, pour b = 0, $4b^2 + 1 = 1$

Exercice 4

1) 1 a pour image -1 par la fonction g.
2) $g(-2) = 5 \times (-2)^2 + (-2) - 7 = 5 \times 4 - 2 - 7 = 20 - 2 - 7 = 11$.
3) La formule à saisir dans la cellule B3 est « =2*B1-7 ».
4) a) A l'aide du tableau, une solution de l'équation $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$ est 0.

$$5x^2 + x - 7 = 2x - 7$$
$$5x^2 + x - 7 + 7 = 2x - 7 + 7$$
b) $$5x^2 + x - 2x = 2x - 2x$$
$$5x^2 - x = 0$$
$$x(5x - 1) = 0$$

Si un produit est nul, alors un de ses facteurs est nul

x = 0 OU 5x – 1 = 0

x = 0,2

Vérification : $5 \times 0{,}2^2 + 0{,}2 - 7 = -6{,}6$ et $2 \times 0{,}2 - 7 = -6{,}6$

L'équation a donc une autre solution : 0,2

Exercice 5

1) $\left(4 \times \frac{3}{4} - 3\right)^2 - 9 = (3 - 3)^2 - 9 = 0^2 - 9 = -9 \neq 0$ $\quad \frac{3}{4}$ n'est pas solution de l'équation.

$(4 \times 0 - 3)^2 - 9 = (0 - 3)^2 - 9 = (-3)^2 - 9 = 9 - 9 = 0$ 0 est solution de l'équation.

2)
$$(4x - 3)^2 - 9 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2 - 9$$
$$(4x - 3)^2 - 9 = 16x^2 - 24x + 9 - 9$$
$$(4x - 3)^2 - 9 = 16x^2 - 24x$$
$$(4x - 3)^2 - 9 = 4x(4x - 6)$$

(Autres méthodes : Factoriser $(4x - 3)^2 - 9$ à l'aide d'une identité remarquable OU développer les deux expressions)

3) Les solutions de l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$ sont les solutions de l'équation $4x(4x - 6) = 0$

Si un produit est nul, alors un de ses facteurs est nul

4x = 0 OU 4x – 6 = 0

x = 0 4x = 6

x = 6 : 4 (x = 1,5)

Vérification :

0 est solution de l'équation (prouvé dans la question 1

$$(4 \times 1{,}5 - 3)^2 - 9 = (6 - 3)^2 - 9 = 3^2 - 9 = 9 - 9 = 0$$

L'équation admet deux solutions : 0 et 1,5.

Exercice 6

Calcul de la longueur L du parcours ABCDE :
L = AB + BC + CD + DE

Calcul de la longueur BC :
On sait que le triangle ABC est rectangle en A,
D'après le théorème de Pythagore, on a $\mathrm{CB}^2 = \mathrm{AC}^2 + AB^2$

$$BC^2 = 400^2 + 300^2$$

Donc $BC^2 = 160000 + 90000$

$$BC^2 = 250000$$

$$BC = \sqrt{250000}$$ car BC est positive

$$BC = \boxed{500}$$

Calcul des longueurs CD et DE :
Les droites (BD) et (AE) sont sécantes en C.
Les points B, C et D et les points A, C et E sont alignés dans le même ordre.
(AB) // (DE)
Donc d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{CD}} = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{CE}} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{ED}}$$

$$\frac{500}{\mathrm{CD}} = \frac{400}{1000} = \frac{300}{\mathrm{ED}}$$

Donc, $CD = \frac{1000 \times 500}{400} = \boxed{1250}$ et $ED = \frac{1000 \times 300}{400} = \boxed{750}$

Ainsi, L = 300 + 500 + 1250 + 750 = 2800 m
Le parcours ABCDE a pour longueur 2800 m.

Exercice 7

La terrasse est horizontale et le mur est verticale. Donc le triangle DNP est rectangle en N.

1) Le triangle DNP est rectangle en N,
D'après le théorème de Pythagore, on a $DP^2 = \mathrm{DN}^2 + NP^2$

$$4{,}2^2 = 4^2 + NP^2$$

$$17{,}64 = 16 + NP^2$$

Donc

$$NP^2 = 17{,}64 - 16$$

$$NP^2 = 1{,}64$$

$$NP = \sqrt{1{,}64}$$ car NP est positive

$NP \simeq \boxed{1{,}28}$ Le mur a pour hauteur 1,28 m environ.

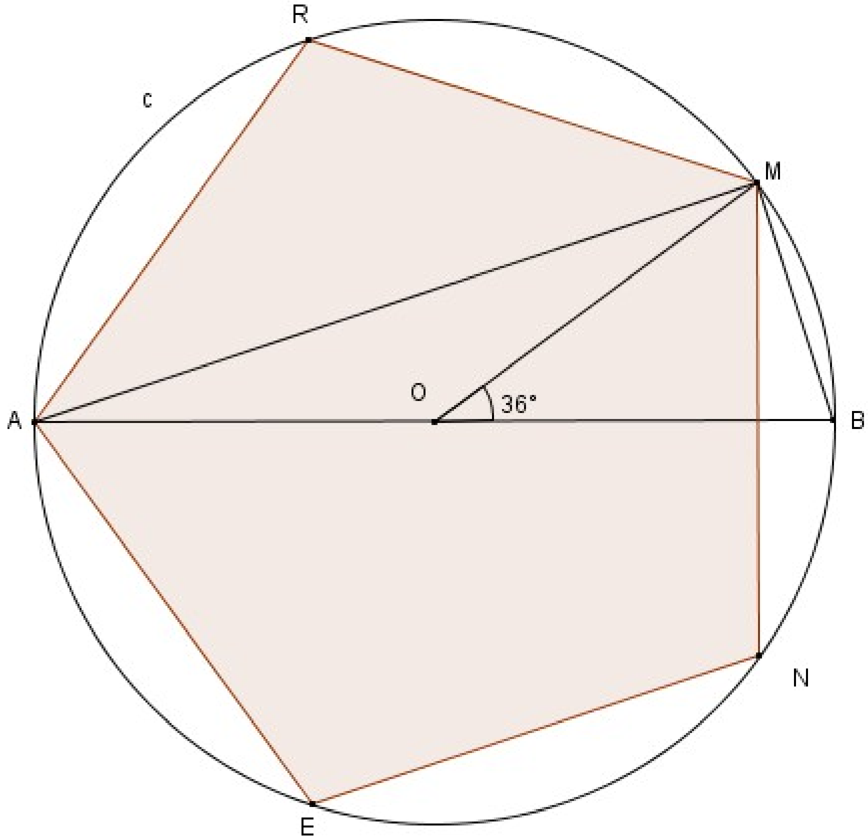
2) Dans le triangle DNP rectangle en N

$$\cos \widehat{\mathrm{NDP}} = \frac{\mathrm{ND}}{\mathrm{DP}} = \frac{4}{4{,}2}$$

$$\widehat{\mathrm{NDP}} = \cos^{-1}\left(\frac{4}{4{,}2}\right) \simeq 18$$

$\widehat{\mathrm{NDP}}$ mesure environ 18°.

Exercice 8



3) L'angle $\widehat{MAB}$ est un angle inscrit qui intercepte le même arc de cercle que l'angle au centre $\widehat{MOB}$.
Or, si un angle inscrit intercepte le même arc de cercle qu'un angle au centre, alors l'angle inscrit mesure la moitié de la mesure de l'angle au centre qui lui est associé.
Donc $\widehat{MAB}$ ***mesure 18°.***

4) La proposition qui permet de montrer que AMB est un triangle rectangle en M est la **proposition 2**.

5)Dans le triangle AMB rectangle en M

$$\cos\widehat{MAB} = \frac{AM}{AB}$$

$$\cos 18^\circ = \frac{AM}{8}$$

$$AM = 8 \times \cos 18^\circ$$

$$AM \simeq 7{,}6$$

BM vaut environ 7,6cm.

7) On construit les points R et S en reportant au compas la longueur NM à partir des points M et N.